Cours POO M1: python

03 Octobre 2023

Cours un peu trop court.... Rajouter des choses (fait en 1h en 2023)

- **TP noté le 16 Octobre**
- Tous les documents autorisés + internet.
- CM 5 et TP4 = derniers cours avant évaluation ($\Rightarrow$ anticipez vos questions).

Les classes en Python (suite)

Déjà vu jusqu'à présent

- constructeur de classe: *__init__*

Déjà vu jusqu'à présent

- constructeur de classe: *__init__*
- attributs publics et privés

Déjà vu jusqu'à présent

- constructeur de classe: *__init__*
- attributs publics et privés
- définition (surcharge) d'opérateurs: *__add__*, *__sub__*, ..., *__eq__*, ..., *__str__*

Héritage de classe

- Considérons la classe *Vehicule*. Un véhicule est défini par ses *attributs* : nombre de roues, sa vitesse maximale, le nombre de passagers qu'il peut transporter. La classe peut aussi posséder des méthodes.

Héritage de classe

- Considérons la classe *Vehicule*. Un véhicule est défini par ses *attributs* : nombre de roues, sa vitesse maximale, le nombre de passagers qu'il peut transporter. La classe peut aussi posséder des méthodes.

Héritage de classe

- Considérons la classe *Vehicule*. Un véhicule est défini par ses *attributs* : nombre de roues, sa vitesse maximale, le nombre de passagers qu'il peut transporter. La classe peut aussi posséder des méthodes.
- Une voiture *est* un *Vehicule* (et donc caractérisé par les points précédents) et peut être caractérisé aussi par son nombre de portes.

Héritage de classe

- Considérons la classe *Vehicule*. Un véhicule est défini par ses *attributs* : nombre de roues, sa vitesse maximale, le nombre de passagers qu'il peut transporter. La classe peut aussi posséder des méthodes.
- Une voiture *est* un *Vehicule* (et donc caractérisé par les points précédents) et peut être caractérisé aussi par son nombre de portes.
- On peut donc définir une classe *Voiture* qui **hérite** de la classe *Vehicule* (attributs et méthodes) et qui aura l'attribut supplémentaire "nombre de portes"

Héritage (exemple)

✓ signifie "peut être défini pour tout objet de la classe"
✗ signifie "ne peut pas être défini pour tout objet"

Classe	Vehicule	Voiture	Velo
nombre de roues	✓	✓	✓
vitesse max	✓	✓	✓
nombre de passagers	✓	✓	✓
nombre de portes	✗	✓	✗
type de dérailleur	✗	✗	✓

- Toute instance de la classe *Vehicule* possède les attributs "nombre de roues", "vitesse max" et "nombre de passagers"
- Toute instance de la classe *Voiture* possède les attributs de la classe *Vehicule* ainsi que "nombre de portes"
- Toute instance de la classe *Velo* possède les attributs de la classe *Vehicule* ainsi que "type de derailleur""
- Les classes *Voiture* et *Velo* **héritent** de la classe *Vehicule*.

Héritage

- Considérons deux classes: *ClasseP* (P pour parent) et *ClasseF* (F pour fille)
- Considérons que *ClasseF* hérite de *ClasseP*
- La déclaration de l'héritage se fait comme suit

```
class ClasseF(ClasseP):
    """ ClasseF hérite de ClasseP """
    def __init__(self, ...):     # constructeur
        de ClasseF
      ClasseP.__init__(self, ...)
      ..
```

- L'appel au constructeur de *ClasseP* permet d'initialiser les attributs communs (`ClassP.__init__` fonctionnerait même sans héritage).
- Toute instance de *ClasseF* possède les méthodes de *ClasseP*.

Exemple d'héritage

Dans le même fichier python d'extension .py,

```
class ClasseP:
    def __init__(self, i):
        self.a = i
    def function_P(self):
        print('Classe parent: ClasseP')

class ClasseF(ClasseP):
    def __init__(self, i, j):
        ClasseP.__init__(self, i)#Applique le
            constructeur de ClasseP à l'instance de
            ClasseF
        self.b = j
    def function_F(self):
        print('Classe fille: ClasseF')
```

Exemple d'héritage

```
op = ClasseP(4)
print("op.a=", op.a)
op.function_P()
```

```
op = ClasseP(4); op.a=4
Classe parent: ClasseP
```

```
of = ClasseF(2, 1)
print("of.a=", of.a, "of.b=", of.b))
of.function_P()
of.function_F()
```

```
of.a= 2 of.b= 1
Classe parent: ClasseP
Classe fille: ClasseF
```

$\Rightarrow$ l'instance *of* de *ClasseF* possède la méthode *function_ P* !

Héritage multiple en python

Possible d'avoir de l'héritage multiple en python

```
class ClasseC(ClasseA, ClasseB):
    def __init__(self, ...):
        ClasseA.__init__(self, ...)
        ClasseB.__init__(self, ...)
```

Attention aux éventuels conflits (méthodes avec le même nom dans les classes parentes).
Remarque : une méthode de la classe mère peut être redéfinie (avec le même nom) dans la classe fille (voir jupyter notebook).

Attributs protégés

- Parfois, on veut indiquer à l'utilisateur qu'un attribut devrait être considéré comme privé, sans pour autant en empêcher l'accès.
- Pour cela, on définit des attributs protégés.
- En python, on préfixe par "_" les attributs protégés (c'est seulement une convention et ça n'entraîne pas d'erreur au contraire des attributs privés) : les données protégées sont accessibles normalement et le préfixe a pour seul objectif d'informer sur leur nature.

Attributs protégés

```
class ClasseP2:  # classe Parent - 2ème exemple
    def __init__(self, i):
        self.a = i    # attribut public
        self._beta = 2*i-3    # attribut protégé
        self.__gamma = 4*i
```

```
>>> p=ClasseP2(2)
>>> print("Attributs publics et protégés : ", p.a, p._beta)
Attributs publics et protégés :  2 1
>>> print("Attribut privé ",p.__gamma)
AttributeError: 'ClasseP2' object has no attribute '__gamma'
```

scipy

scipy

- *Scipy* contient *numpy* (certaines fonctions sont redéfinies pour les rendre plus souples)
- *Scipy* contient des sous-packages qui contiennent des algorithmes couramment utilisés en calcul scientifique pour l'algèbre linéaire, les statistiques, la résolution numérique d'EDO, l'intégration numérique, ...

scipy

- *Scipy* contient *numpy* (certaines fonctions sont redéfinies pour les rendre plus souples)
- *Scipy* contient des sous-packages qui contiennent des algorithmes couramment utilisés en calcul scientifique pour l'algèbre linéaire, les statistiques, la résolution numérique d'EDO, l'intégration numérique, ...
- *Numpy* est écrit en *C* et est plus rapide que *Scipy*, écrit en python. *Numpy* est préférable pour des opérations simples sur des tableaux.

Un exemple de différence scipy/numpy

- Les fonctions mathématiques *sqrt*, *log* dans *scipy* peuvent s'appliquer à des nombres complexes.

```
import scipy as sp
print(sp.sqrt(-1)) # renvoie 1j
print(sp.sqrt(144)) # renvoie 12.0

a = sp.log(-2); print(a) #
    (0.6931471805599453+3.1415926535897 93j)

print(sp.log(2)) # 0.693147180559945 3
print(sp.exp(a)) # (-2+2.44929359829470e-16j)
```

scipy

scipy.linalg	Algèbre linéaire
scipy.stats	Statistiques
scipy.integrate	Résolution d'EDOs et intégration numérique
scipy.interpolate	Interpolation numérique
scipy.fftpack	Transformées de Fourier
scipy.optimize	Optimisation mathématique
scipy.sparse	Gestion des matrices creuses
scipy.special	Fonctions spéciales
scipy.signal	Traitement du signal
scipy.ndimage	Traitement d'images
scipy.io	Entrées-sorties

Table: Principaux sous-packages de *scipy*

scipy.linalg

scipy.linalg contient beaucoup de fonctions faisant les opérations élémentaires sur des matrices (plus de fonctions et plus d'options que numpy.linalg)

- scipy.linalg.norm → normes de vecteurs ou de matrices
- scipy.linalg.det → calcul du déterminant
- scipy.linalg.lstsq → résolution par moindres carrés
- scipy.linalg.chol → factorisation de Cholesky
- scipy.linalg.qr → factorisation QR
- scipy.linalg.eig → calcul des valeurs et vecteurs propres
- scipy.linalg.eigvals → calcul des valeurs propres uniquement
- scipy.linalg.solve → résolution de systèmes linéaires
- scipy.linalg.pinv → calcul du pseudo-inverse
- scipy.linalg.inv → calcul de l'inverse
- scipy.linalg.expm → exponentielle de matrice

scipy.stats

- Permet la simulation d'un certain nombre de variables aléatoires discrètes et continues
- Contient des fonctions pour les Statistiques (tests, coefficients de corrélation, ...)
- Plus riche que *numpy.random*. Les noms de fonctions changent entre *numpy.random* et *scipy.stats*!

Variables aléatoires et *scipy.stats*

scipy.stats fournit un certain nombre de fonctions. Pour chaque loi de probabilité, on retrouve les mêmes noms de fonctions

- **pdf** = *probability density function* = densité de probabilité f (pour les lois continues)
- **pmf** = *probability mass function* = fonction de masse (pour les lois discrètes)
- **cdf** = *cumulative distribution function* = fonction de répartition F
- **ppf** = *percent point function* = fonction quantile (réciproque de la fonction de répartition)
- **rvs** = tirage pour une variable aléatoire

Rappels

Soit X une variable aléatoire à densité.
La fonction de densité f vérifie

$$\forall a < b \in \mathbb{R}, \mathbb{P}(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

La fonction de répartition vérifie

$$\begin{aligned} F : \mathbb{R} &\to [0,1] \\ F(x) &= \int_{-\infty}^{x} f(s)\, ds \end{aligned}$$

et la fonction quantile

$$\begin{aligned} Q : [0,1] &\to \mathbb{R} \\ Q(x) &= \inf\{y \in \mathbb{R} \mid x \leqslant F_X(y)\}, \quad 0 \leqslant Q(x) \leqslant 1 \end{aligned}$$

En particulier, $Q = F^{-1}$ si F^{-1} existe.

Variables aléatoires et *scipy.stats*

Avec *scipy*, paramétrer un loi de probabilité n'est pas toujours instinctif...

- Pour les loi continues, on a par défaut les arguments *loc*$= 0$, *scale*$= 1$.
- Cette paramétrisation par défaut correspond, pour chaque famille de lois, à une loi de référence ($\mathcal{N}(0,1)$ pour normale, $\mathcal{U}_{[0,1]}$ pour uniforme, $\mathcal{E}(1)$ pour exponentielle...)
- Notons $\widehat{f}$ la densité d'une loi de référence, en modifiant les arguments *scale* et *loc*, on obtient la loi de densité

$$f(x) = \frac{1}{scale}\,\widehat{f}\left(\frac{x - loc}{scale}\right)$$

Il faut donc connaitre la loi de référence puis réaliser un petit calcul
Sinon : consulter l'aide de *scipy.stats.nom_de_la_loi* !

Loi normale

On s'intéresse à X, de loi $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$. La densité f de X est:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

D'après l'aide (*? scipy.stats.norm*), la loi de référence est $\mathcal{N}(0, 1)$, *loc*=moyenne et *scale*=écart-type. Pour la loi $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ on fera donc :

```
from scipy.stats import norm
norm.pdf(x, loc=m, scale=sigma)          # f(x)
norm.cdf(x, loc=m, scale=sigma)          # F(x)
norm.ppf(x, loc=m, scale=sigma)          # F^{-1}(x)
norm.rvs(size=n, loc=m, scale=sigma)     # n tirages
```

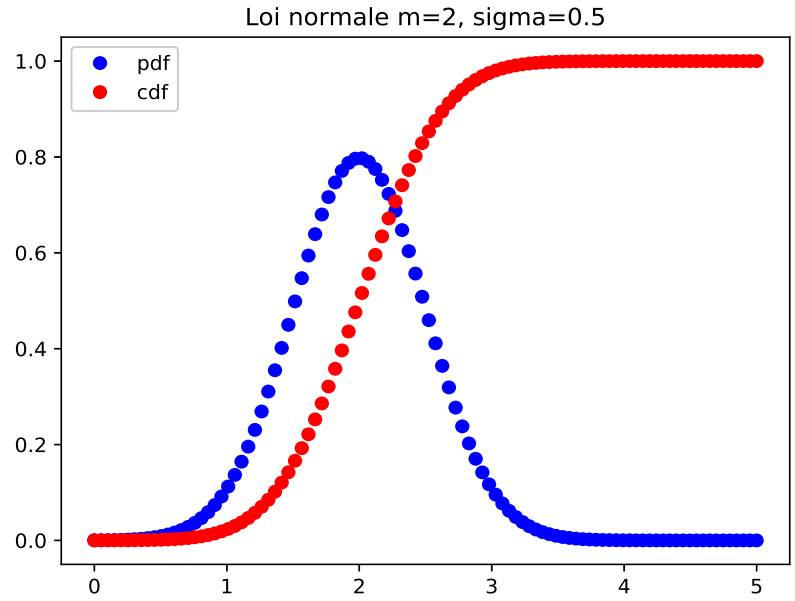
On aurait aussi pu trouver *loc* et *scale* pour que

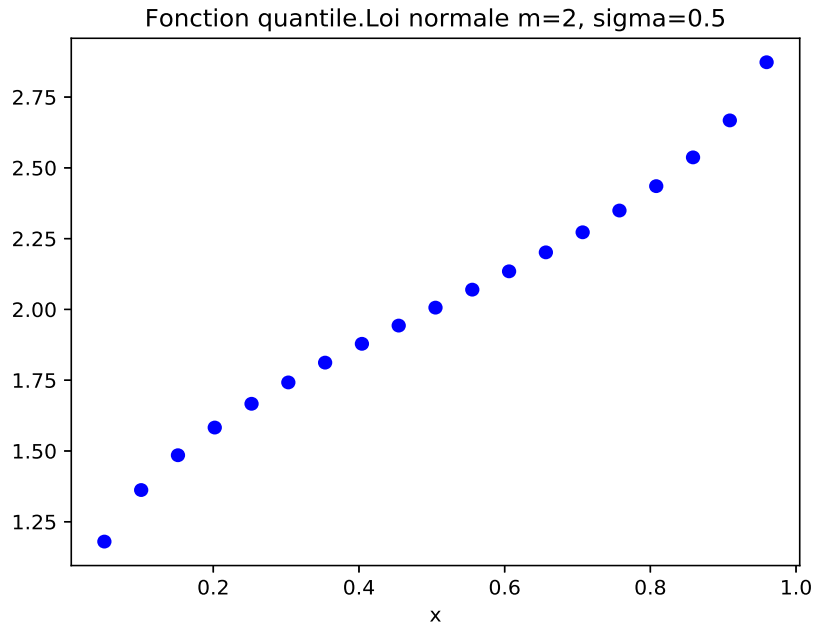
$$f(x) = \frac{1}{scale}\hat{f}\left(\frac{x - loc}{scale}\right) \quad \text{avec } \hat{f}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Loi normale

```
import scipy as sp
from scipy.stats import norm
import matplotlib.pyplot as plt

m = 2; sigma = 0.5
x = sp.linspace(0, 5, 100)
plt.plot(x, norm.pdf(x, m, sigma),
         'ob', label='pdf')
plt.plot(x, norm.cdf(x, m, sigma),
         'or', label ='cdf')
plt.title('Loi normale m=2,'+
          ' sigma=0.5')
plt.xlabel('x'); plt.legend()
plt.show()
plt.figure()
plt.plot(x, norm.ppf(x, m, sigma),
         'ob', label='ppf')
plt.title('Fonction quantile.'+
    'Loi normale m=2, sigma=0.5')
plt.xlabel('x')
plt.show()
```





Loi uniforme

Supposons que X suit $\mathcal{U}(a, b)$. La densité de X est:

$$f(x) = \frac{1}{(b-a)} \mathbb{1}_{[a,b]}(x)$$

Les arguments à saisir sont *loc*$= a$ et *scale*$= b - a$ (on peut remarquer que *loc*$\neq$moyenne et *scale*$\neq$ écart-type cette fois).

```
from scipy.stats import uniform
uniform.pdf(x, loc=a, scale=(b-a))   # f(x)
uniform.cdf(x, loc=a, scale=(b-a))   # F(x)
uniform.ppf(x, loc=a, scale=(b-a))   # (quantile)
uniform.rvs(size=n, loc=a, scale=(b-a)) # n
    tirages
```

Loi exponentielle

Supposons que X suit $\mathcal{E}(\theta)$. La densité de X est:

$$f(x) = \theta\, e^{-\theta x}\, \mathbb{1}_{[0,+\infty[}(x)$$

Les arguments à saisir sont *loc*$= 0$ et *scale*$= \frac{1}{\theta}$.

```
from scipy.stats import expon
expon.pdf(x, loc=0, scale=1/theta)     # f(x)
expon.cdf(x, loc=0, scale=1/theta)     # F(x)
expon.ppf(x, loc=0, scale=1/theta)     # quantile
expon.rvs(size=n, loc=0, scale=1/theta) # tirages
```

Le `loc=0` n'est pas nécessaire.

Loi du χ^2

Supposons que X suit une loi du chi2 à k degrés de liberté. La densité de X est:

$$f(x) = \frac{1}{2^{k/2}\,\Gamma(k/2)}\, x^{k/2-1}\, e^{-x/2}, \quad \forall x > 0$$

```
from scipy.stats import chi2
chi2.pdf(x,df=k)
chi2.cdf(x,df=k) #loc=0, scale=1
chi2.rvs(x,df=k, size=n) #loc=0, scale=1
chi2.ppf(x,df=k) #loc=0, scale=1
```

Inutile de renseigner `loc` et `scale` (cela donnerait une loi différente, qui n'a pas de nom). `df` n'a pas de valeur par défaut.

Loi de Poisson

Soit X qui suit $\mathcal{P}(\lambda)$.

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Pas de densité (loi discrète).

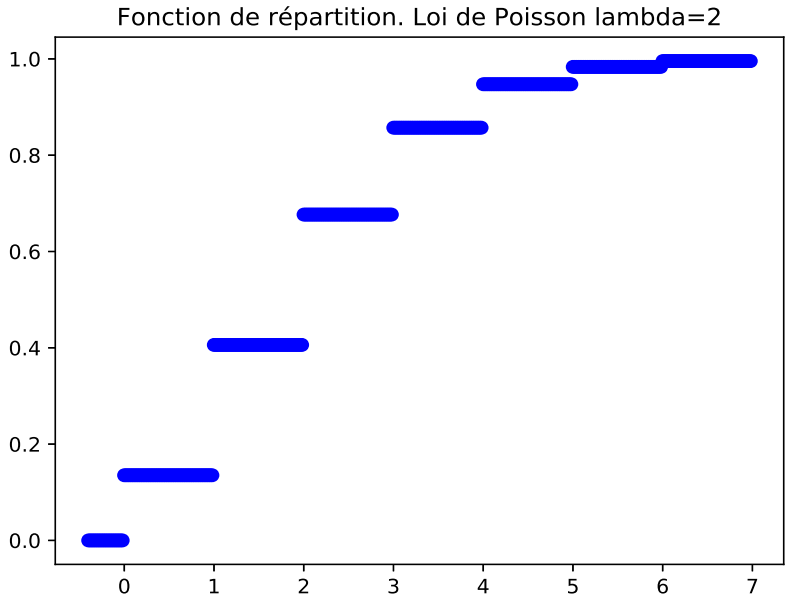
```
from scipy.stats import poisson
poisson.cdf(x, lmbda)
poisson.rvs(mu, size=n)
poisson.ppf(x, lmbda)
```

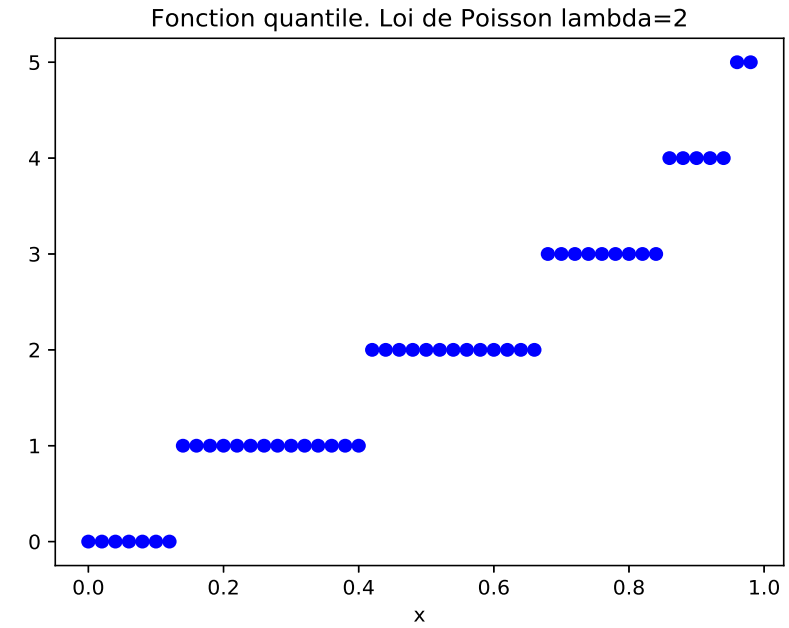
Ici encore, le paramètre `loc` existe mais produirait une loi qui n'est plus la loi de Poisson.

Loi de Poisson

```
import scipy as sp
from scipy.stats import poisson
import matplotlib.pyplot as plt

lbda = 2.0
x = sp.arange(-0.4, 7, 0.02)
plt.plot(x, poisson.cdf(x, lbda),
         'ob')
plt.title('Poisson lambda=2')
plt.title('Fonction de repartition.'
        +' Loi de Poisson lambda=2')
plt.xlabel('x')
plt.show()
plt.figure()
plt.plot(x, poisson.ppf(x, lbda),
         'ob')
plt.title('Fonction quantile.'
        +' Loi de Poisson lambda=2')
plt.xlabel('x')
plt.show()
```





Loi Binômiale

X suit une loi binômiale $\mathcal{B}(n, p)$

$$\mathbb{P}(X = k) = C_k^n \, p^k \, (1-p)^{n-k}, \quad k \text{ dans } \{0, ..., n\}$$

```
from scipy.stats import binom
binom.cdf(x, n, p)
binom.rvs(n, p, size=m)
binom.ppf(x, n, p)
```

Tests statistiques

scipy.stats fournit de nombreuses fonctions de tests statistiques:

```
from scipy.stats import ks_2samp, kstest
from scipy.stats import shapiro
```

Présentation de *scipy.integrate*

- intégration numérique avec plusieurs types de méthodes
  - *scipy.integrate.quad* (approximation numérique de l'intégrale d'une fonction)
  - *scipy.integrate.trapz* (méthodes des trapèzes, avec tableaux numpy)
  - *scipy.integrate.simps* (méthodes de Simpson, avec tableaux numpy)
  - et d'autres: *scipy.integrate.quadrature*, *scipy.integrate.fixed_quad*, *scipy.integrate.dblquad*, ...
- résolution d'Equations Différentielles Ordinaires
  - *scipy.integrate.odeint* ou *scipy.integrate.solve_ivp*
  - il y a aussi *scipy.integrate.ode*

Intégration numérique avec *scipy.integrate*

Exemple sur la méthode de Simpson (interpolation polyn d'ordre 2 sur les bords et au centre de la maille)

```
import scipy.integrate as spi
import numpy as np
f = lambda x: 4/(1+x**2)

n = 6; x = np.linspace(0, 1, n); y = f(x)
I = spi.simps(y,x) # x= intervalle, y = image de
    x par la fonction à intégrer,
print("n=6", I, abs(I-sp.pi))

n = 21; x = np.linspace(0, 1, n); y = f(x)
I = spi.simps(y,x)
print("n=21",I, abs(I-sp.pi))
```

La solution exacte est $4(\arctan(1) - \arctan(0)) = \pi$

```
n=6 3.139679084417619 0.0019135691721743342
n=21 3.141592652969785 6.200804490480 73e-10
```

Résolution d'EDO avec *scipy.integrate*

scipy.integrate.odeint permet de résoudre des EDO du 1er ordre, vérifiant:

$$\begin{cases} \dfrac{dy(t)}{dt} & = f(t, y(t)) \\ y(t_0) & = y_0 \end{cases}$$

Par exemple, on veut résoudre

$$\begin{cases} \dfrac{dy(t)}{dt} & = -2\, y(t) \\ y(t_0) & = y_0 = 1 \end{cases}$$

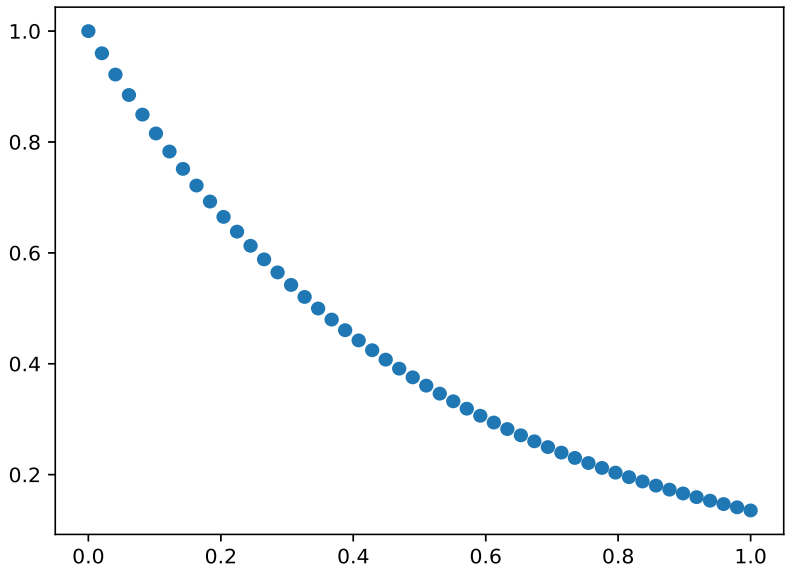
Résolution d'EDO avec *scipy.integrate*

Pour l'exemple précédent,

```
import scipy.integrate as spi
t = np.linspace(0, 1, 50)
yini = np.array([1])

def f(y, t):  # ordre !!
    return -2*y

x = spi.odeint(f, yini, t)
plt.plot(t,x,'o')
```



Résolution d'EDOs du second ordre avec *scipy.integrate*

- On veut résoudre, par exemple:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2y(t)}{dt^2} & = -4\,y(t) \\ y(0) & = 0, \quad \dfrac{dy}{dt}(0) = 2 \end{cases}$$

- On se ramène à une EDO du 1er ordre en posant:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y(t) \\ \dfrac{dy}{dt}(t) \end{pmatrix} \qquad \frac{dY}{dt}(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{dy}{dt}(t) & = Y_1(t) \\ \dfrac{d^2y}{dt^2}(t) & = -4\,y(t) = -4\,Y_0(t) \end{pmatrix}$$

et donc

$$Y(0) = [0, 2]$$

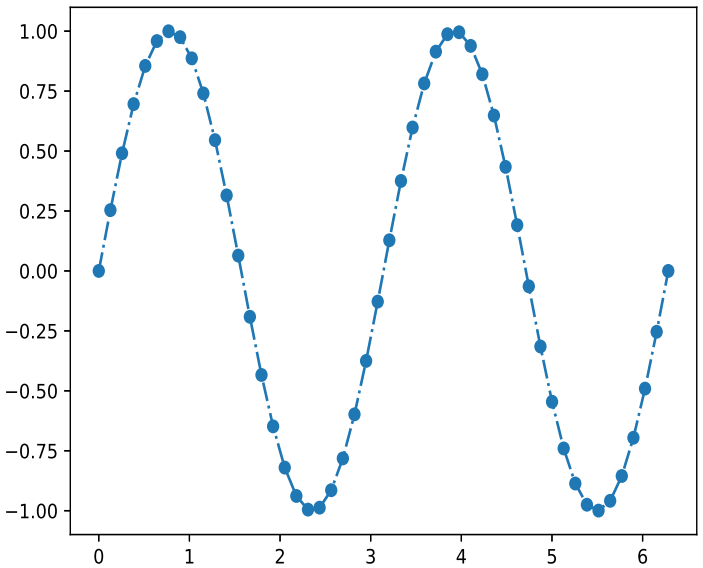
- On peut généraliser pour les ordres supérieurs.

Résolution d'EDOs du second ordre avec *scipy.integrate*

```
import scipy.integrate as spi
t = np.linspace(0, 2*np.pi, 50)
yini = np.array([0, 2])

def f(Y, t):  # ordre !!
    return np.array([Y[1], -4*Y[0]])

Y = spi.odeint(f, yini, t)
plt.plot(t,Y[:,0],'o',ls='-.')
```



Présentation de *scipy.interpolate*

Méthodes d'interpolation numérique

- *scipy.interpolate.interp1d* - interpolation 1D
- et d'autres: *scipy.interpolate.interp2d* - interpolation 2D

renvoie une fonction polynomiale par morceaux passant par les points de coordonnées (x_i, y_i) passés en arguments.

Interpolation

A partir d'un nuage de points, *scipy* calcule la fonction d'interpolation.

```
import scipy.interpolate as spi
n = 20; f0 = lambda x: x**3 + 1
x = np.linspace(0, 1, n)
y = f0(x)

eps =np.random.rand(n)
eps = eps/2. # pour se ramener Ã  [0, 0.5]
y = y+ eps
f1 = spi.interpolate.interp1d(x, y)

x2 = np.linspace(0, 1, 2*n-1)
plt.plot(x, y, 'o')
#plt.plot(x2, f1(x2))
plt.plot(x2, f1(x2),'.')
```