M1 IM/MPA : TP Optimisation et Éléments Finis

Feuille 3 : Minimisation sous contraintes

Ex 1 Algorithme du gradient projeté.

1. Programmer la méthode de gradient projeté à pas constant pour le problème de minimisation de la fonctionnelle $\mathcal{J} : x \to \dfrac{1}{2}(Ax, x) - (b, x)$ sur l'ensemble $K = \mathbb{R}^d_+$, à partir d'un vecteur initial x_0 avec A une matrice symétrique définie positive et b un vecteur donné.

On pourra le programmer sous la forme d'une fonction qui prendra en argument deux variables `A` *et* `b`*, une variable* `rho` *(le pas), une donnée initiale* `u0` *et les variables de contrôle des itérations* `eps` *et* `nitmax`*. La fonction retournera le dernier vecteur calculé.*

2. Programmer la méthode de gradient projeté à pas constant pour le problème de minimisation de la fonctionnelle $\mathcal{J} : x \to \|Mx - f\|^2$ sur l'ensemble $K = \mathbb{R}^d_+$ à partir d'un vecteur initial x_0 avec M une matrice $n \times n$ inversible ($n \in \mathbb{N}^*$) et $f \in \mathbb{R}^n$.

Tester votre algorithme avec $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ et $f = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Ex 2 Algorithme d'Uzawa

1. Reprendre la fonctionnelle $\mathcal{J}$ de la question 1 de l'exercice précédent en utilisant cette fois-ci l'algorithme d'Uzawa et des contraintes d'inégalité du type $h_i \leq 0$ avec $h_i : u \to \frac{1}{2}(A_i u, u) - (b_i, u) - c_i$.

2. Reprendre la question 2 de l'exercice précédent avec l'algorithme d'Uzawa.